The localization calculation on supersymmetric gauge theories and its application(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Hama, Naofumi

（ 続紙 1 ）

京都大学	博 士（ 理 学 ）	氏名	浜　直史
論文題目	The localization calculation on supersymmetric gauge theories and its application (超対称ゲージ理論での局所化による計算とその応用)		

（論文内容の要旨）

コンパクトな多様体上における超対称ゲージ理論において、あるクラスの物理量を計算するためには局所化という計算手法が有効である。この手法を用いると計算に現れる経路積分において半古典近似が厳密となり、最終的に有限次元積分の形、即ち、行列模型の計算に帰着させることができる。その結果として非摂動効果までを含めて物理量を厳密に計算することができれば、種々の双対性など、ゲージ理論の摂動を越えた性質を探ることが出来る。

本博士論文では、まず、4次元楕円体上のN=2超対称ゲージ理論、所謂Seiberg-Witten理論を考察する。ここで4次元楕円体とは、4次元球面のアイソメトリーSO(5)をカルタン部分群、U(1)×U(1)、まで破るように、2つの軸の長さを変えた多様体である。このように対称性の小さな多様体では、一般に、超対称性の有無を判定するキリングスピノル方程式が解を持たず、超対称ゲージ理論を構成することができない。そこでまず、背景重力多重項場の値をうまく調整することで、キリングスピノル方程式が解を持つようにできることを示す。その上で具体的に構成したN=2超対称ゲージ理論に局所化の手法を適用し、分配関数をはじめとする超対称不変な物理量を厳密に計算する一般公式を導く。その際、指数定理から、局所化の計算に効く情報はアイソメトリーU(1)×U(1)の不動点である2点に集積されることを示す。

また同様にして、5次元楕円体上のN=1超対称ゲージ理論を構成し、これに局所化の手法を適用する。この5次元楕円体では、球面のアイソメトリーであるSO(6)は、極大部分群、U(1)×SO(4)まで破れる。この場合も、背景重力多重項の値をうまく決めることで超対称ゲージ理論を構成し、U(1)×SO(4)のカルタン部分群U(1)×U(1)×U(1)で表される3つの回転からの寄与が局所化の計算結果に影響を与えることを露わに示す。

最後に4次元の場合の結果を用いて、4次元超対称ゲージ理論の分配関数とある種の2次元共形場理論の多点関数との間に存在する対応、AGT対応を議論する。同様の議論は、既に4次元球面上の理論を用いてされていたが、そこでは2次元共形場理論における結合定数に対応するパラメータが固定されていた。しかし、ここで得られた分配関数を具体的に調べてみると、球面の楕円体への変形パラメータが対応するパラメータと同定されることが明らかになった、従って、これを用いることで、より一般のAGT対応について議論できることになる。特に、AGT対応には、それぞれの側に、4次元超対称ゲージ理論の分配関数におけるインスタントンの寄与、あるいは、2次元共形場理論の多点関数における演算子積展開での子孫場の寄与という、摂動的にしか求めることが出来ない部分があり、これについては逐次的な確認しかされていなかった。しかし球面の変形という1パラメータ拡張に成功したおかげで、2次元共形場理論でlight asymptotic limitとして知られる極限を取ることが可能となった。この極限は2次元共形場理論側の準古典極限に対応し、多点関数に対する経路積分が厳密に実行可能となる。他方、ゲージ理論側のインスタントンに関する足し上げも簡単化し、こちらも厳密に求めることができて、両者を比較して、この極限ではAGT対応が厳密に成り立っていることを示す。その

際、インスタントン数の足し上げは、何か2次元ゲージ理論の渦数の足し上げとよく似た形となることが知られていたが、この極限では4次元楕円体が2次元多様体に近づくことを指摘し、対応する具体的な2次元ゲージ理論を求めるための示唆を与えた。

以上のように、本博士論文では、幾つかの次元の楕円体上に超対称ゲージ理論を構成し、局所化の手法を適用することによって超対称不変な物理量を厳密に求めるための一般公式を与えた。このような厳密に計算された物理量が何らかの意味で摂動論を越えて理論を特徴づけるとすると、ここで得られた結果は、AGT対応の背後に存在すると期待されている6次元N=(2,0)超対称理論のように、通常のラグランジアンを用いた方法では記述できない理論の構造に対しても、双対性などの関係を通じて重要な手がかりをもたらすもの思われる。

（続紙　２　）

（論文審査の結果の要旨）

局所化の方法は、位相的ゲージ理論を解析する手法として Witten により提案された。その後Pestunの先駆的な研究により、通常の超対称ゲージ理論に対しても、特にコンパクトな多様体上で考えることにより、非常に強力な非摂動的解析手法を与える事が示されたことから、種々の対象に適用され、現在も多くの研究成果を産み出し続けている。浜直史氏は、このような流れのごく初期の段階から幾つかの重要な研究成果を発表して来ており、本博士論文は、その内の3編について、氏の貢献を中心として新たに書き下ろされたものである。

具体的には、まず4次元楕円体上における超対称ゲージ理論の構成について議論している。一般に曲がった時空上で超対称ゲージ理論を定義するには、キリングスピノル方程式が解を持つように、背景場である重力多重項中のボソン場の値をうまく選ばなければならない。本論文では、楕円体の場合にこれが可能であることを具体的に示している。更に、こうして得られた超対称ゲージ理論に対して、局所化の方法を適用し、分配関数及びウィルソンループの真空期待値を評価することで、これらの一般的で厳密な表式を与えている。この結果は、先行する研究で得られていた4次元球面上の超対称ゲージ理論における表式の1パラメーター拡張にあたり、最後で議論するAGT対応の部分的証明へと通じる成果として、高く評価できるものである。

次に、5次元楕円体上の超対称ゲージ理論に対して、同様の解析が行われ、厳密な分配関数とウィルソンループの期待値に対する具体的な表式が与えられている。ここで考えている5次元楕円体は、レニーエントロピーの計算に現れる多重被服空間の特異点を解消したものと同等とみなすことが可能で、この分配関数を用いて5次元超対称ゲージ理論のレニーエントロピーを計算することができる。この結果は、ラージN極限で重力双対と期待される6次元AdS空間上のブラックホール時空を用いた計算と一致しており、AdS/CFT対応やブラックホール物理の解析としての寄与も大きいものと評価できる。

最後に、前半の4次元超対称ゲージ理論の解析で得られた結果を用いてAGT対応が議論される。AGT対応とは4次元超対称ゲージ理論の分配関数と2次元超共形場理論の多点関数との間の関係式である。ここで前者の中ではNekrasov分配関数として知られるインスタントンの寄与が特に非自明であるが、その特別な場合は4次元球面上の超対称ゲージ理論に局所化の手法を用いることで得られることが既に知られていた。この論文では、更に一般の場合は球面を楕円体に変形すれば得られることが示されている。これによって、一般のAGT予想を議論する枠組みが与えられたことになる。実際、この論文でも変形のある極限で最も簡単なAGT予想の証明を与えている。これらの成果は非常に重要であり高く評価できる。

以上から、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成２８年１月１２日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公表可能日：　　　　　　年　　　月　　　日以降